

▷ 6. Решить неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x - 5} - 4} < \frac{1}{2|x + 2| - 5}$$

В ответе запишите сумму квадратов всех целых решений неравенства.

Ответ: 143.

▷ 7. Прямоугольник разбит прямыми на 25 прямоугольников, площадь которых указаны на рисунке. Найдите площадь прямоугольников отмеченных символами x и y . В ответе запишите НОД(x, y) + НОК(x, y).

x				20
			14	10
		32	28	
	35	40		
9	21			y

Ответ: 63.

▷ 8. К числу 2021 справа и слева приписать по одной цифре так, что полученное шестизначное число было бы кратно 43. Если таких чисел несколько, то в ответе запишите их среднееарифметическое.

Ответ: 520214.

▷ 9. Координаты вектора $\vec{l}(x, y)$, удовлетворяет следующим условиям

$$\begin{cases} 6 + 2y = \frac{9x}{y} - \sqrt{3x - 2y}, \\ \sqrt{3x + 3\sqrt{3x - 2y}} = x + y - 6, \end{cases}$$

Найдите квадрат модуля суммы всех найденных векторов.

Ответ: 2132.

▷ 10. Найдите сумму всех целых a , при которых уравнение

$$8ax^2 + (8a - 3)x + 2a = 14$$

имеет на отрезке $[0; 1]$ единственный корень.

Ответ: 28.

Отборочный тур, 10 класс, 1 вариант

▷ 1. Дана система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4|x|, \\ |x| + |y| \geq 2, \\ x^2 - y^2 + 16 - 8x \geq 0. \end{cases}$$

Найти площадь фигуры, координаты точек которой удовлетворяют:

- а) первому неравенству системы (S_1);
 - б) первым двум неравенствам системы (S_2);
 - в) всем трем неравенствам системы (S_3).
- В ответе запишите значение $S_1 + S_3 - 2S_2$.

Ответ: 4.

▷ 2. Имеются два водных раствора серной кислоты. В первом растворе 40% чистой кислоты, а во втором – 60% чистой кислоты. Эти растворы смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды. В результате получили раствор, в котором 20% чистой кислоты. Если бы вместо 5 кг чистой воды добавили 5 кг 80%-ного раствора кислоты, то получился бы 70%-ный раствор. Найти вес первоначального I раствора серной кислоты

Ответ: 1.

▷ 3. Восстановите отмеченные звездочками отсутствующие на рисунке цифры.

$$\begin{array}{r} * * 5 \\ * * 4 * \\ \hline * * 3 * * \\ * * 2 * * \\ \hline 1 * * * * \end{array}$$

В ответе запишите сумму всевозможных результатов произведения.

Ответ: 25420.

▷ 4. В трапеции ABCD с меньшим основанием BC и площадью, равной 2, прямые BC и AD касаются окружности диаметром $\sqrt{2}$ в точках B и D соответственно. Боковые стороны трапеции AB и CD пересекают окружность в точках M и N соответственно. Длина MN равна 1. Найти величину угла MBN и длину основания AD. В ответе запишите квадрат радиуса описанной окружности вокруг равнобедренного треугольника с основанием равным AD и углом при вершине, равного углу γ .

Ответ: 3.

▷ 5. Найдите сумму всех решений $x \in (0; 24)$ уравнения

$$\frac{\sin \frac{\pi x}{4} + \cos \frac{5\pi x}{12} + \left| \sin \frac{5\pi x}{12} \cos \frac{\pi x}{4} \right|}{\sin \frac{\pi x}{6}} = 2 \cos \frac{\pi x}{6}$$

Ответ: 86.

▷ 6. Решить неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 8} - 4} < \frac{1}{2|x - 3| - 5}$$

В ответе запишите сумму всех целых решений.

Ответ: 17.

▷ 7. Прямоугольник разбит прямыми на 25 прямоугольников, площадь которых из них указаны на рисунке. Найдите площадь прямоугольников отмеченных символами x и y . В ответе запишите НОД(x, y) + НОК(x, y).

12	x			20
	14	16		
	28			
15			35	
		24	y	15

Ответ: 91.

▷ 8. К числу 2021 справа и слева приписать по одной цифре так, что полученное шестизначное число было бы кратно 47. Если таких чисел несколько, то в ответе запишите их среднее арифметическое.

Ответ: 13196.

▷ 9. Координаты вектора $\vec{l}(x, y)$, удовлетворяют следующим условиям

$$\begin{cases} 3x - 1 = \frac{y}{x} + 2\sqrt{x + y}, \\ \sqrt{y + \sqrt{x + y}} = y - 3x - 6, \end{cases}$$

Какое наименьшее значение может принимать скалярное произведение $(\vec{l} \cdot \vec{p})$, где $\vec{p} = (3; -1)$, а \vec{l} найденный вектор.

Ответ: -12.

▷ 10. Найдите сумму квадратов всех целых a при которых уравнение

$$3ax^2 + (6a - 25)x + 3a = 10$$

имеет на отрезке $[-3; 0]$ единственный корень.

Ответ: 66.

Отборочный тур, 10 класс, 2 вариант

▷ 1. Дана система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4|y|, \\ |x| + |y| \geq 2, \\ y^2 - x^2 + 16 - 8y \leq 0. \end{cases}$$

Найти площадь фигуры, координаты точек которой удовлетворяют:

- первому неравенству системы (S_1);
 - первым двум неравенствам системы (S_2);
 - всем трем неравенствам системы (S_3).
- В ответе запишите значение $S_1 - S_2 - S_3$.

Ответ: 4.

▷ 2. Имеются два слитка, представляющие собой сплавы цинка с медью. Вес первого слитка 2 кг, вес второго - 3 кг. Эти два слитка сплавив вместе с 5 кг сплава цинка с медью, в котором цинка было 45%, и получили сплав цинка с медью, в котором цинка стало 50%. Если бы процентное содержание цинка в первом слитке было бы равно процентному содержанию цинка во втором слитке, то, сплавив эти два слитка с 5 кг сплава, в котором 60% цинка, получили бы сплав, в котором цинка содержится 55%. Найти процентное содержание цинка в первом и во втором слитках

Ответ: 50; 58,3.

▷ 3. Восстановите отмеченные звездочками отсутствующие на рисунке цифры.

*	8	*	*	*		*	*	*
-	3	*	8			*	*	*
	1	0	5	8				
-	*	*	*	*				
	5	0	4					
				0				

В ответе запишите сумму делителя и частного

Ответ: 510.

▷ 4. В трапеции ABCD с большим основанием BC и площадью, равной $4\sqrt{3}$, прямые BC и AD касаются окружности диаметром 2 в точках B и D соответственно. Боковые стороны трапеции AB и CD пересекают окружность в точках M и N соответственно. Длина MN равна $\sqrt{3}$. Найти величину γ угла MDN и длину основания BC. В ответе запишите целую часть радиуса описанной окружности вокруг равнобедренного треугольника с основанием равным BC и γ углом при вершине.

Ответ: 3.

▷ 5. Найдите сумму всех решений $x \in [0; 48]$ уравнения

$$\frac{\cos \frac{\pi x}{8} \cos \frac{5\pi x}{24} + \left| \sin \frac{\pi x}{8} \sin \frac{5\pi x}{24} \right|}{\sin \frac{\pi x}{12}} = 2 \cos \frac{\pi x}{12}$$

Ответ: 165.

▷ 6. Решить неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + 4x - 5} - 4} < \frac{1}{2|x + 6| - 5}$$

В ответе запишите сумму квадратов всех целых решений неравенства.

Ответ: 222.

▷ 7. Прямоугольник разбит прямыми на 25 прямоугольников, площадь которых из них указаны на рисунке. Найдите площадь прямоугольников отмеченных символами x и y . В ответе запишите НОД(x, y) + НОК(x, y).

x	28		28	
6				10
	28			20
		40	35	
9				y

Ответ: 63.

▷ 8. К числу 221 справа и слева приписать по одной цифре так, чтобы полученное пятизначное число делилось на 13. В ответе запишите сумму суммы цифр всех таких чисел.

Ответ: 87.

▷ 9. Координаты вектора $\vec{l}(x, y)$ удовлетворяет следующим условиям

$$\begin{cases} 1 - 5y = \frac{x}{y} - 6\sqrt{x - y}, \\ \sqrt{x - \sqrt{x - y}} = x - 5y - 6, \end{cases}$$

Какое наибольшее значение может принимать скалярное произведение $(\vec{l} \cdot \vec{p})$, где $\vec{p} = (1; -5)$, а \vec{l} найденный вектор

Ответ: 12.

▷ 10. Найти сумму всех целых a , при которых уравнение

$$ax^2 + 2(a - 5)x + a = 12$$

имеет на отрезке $[0; 2]$ единственный корень.

Ответ: 72.

Отборочный тур, 10 класс, 3 вариант

▷ 1. Дана система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4|x|, \\ |x| + |y| \geq 2, \\ x^2 - y^2 + 16 + 8x \leq 0. \end{cases}$$

Найти площадь фигуры, координаты точек которой удовлетворяют:

- первому неравенству системы (S_1);
 - первым двум неравенствам системы (S_2);
 - всем трем неравенствам системы (S_3).
- В ответе запишите значение $S_1 - S_2 - S_3$.

Ответ: 4.

▷ 2. Имеются два водных раствора серной кислоты. Если взять 2.5 кг первого раствора, 4 кг второго и смешать их с 3 кг 90%-ного раствора серной кислоты, то получится 60%-ный раствор. Если первого раствора взять в два раза больше, а второго в два раза меньше и смешать их с 3 кг 20%-ного раствора серной кислоты, то получится 30%-ный раствор. Найти процентное содержание серной кислоты в первом и во втором растворах.

Ответ: 24, 60.

▷ 3. Восстановите отмеченные звездочками отсутствующие на рисунке цифры.

$$\begin{array}{r} \text{***}5* \quad | \quad 325 \\ - \quad \text{***} \quad | \quad 1** \\ \hline \text{***} \quad | \quad * \\ - \quad *9* \quad | \quad * \\ \hline \quad *5* \quad | \quad * \\ - \quad *5* \quad | \quad * \\ \hline \quad \quad \quad | \quad 0 \end{array}$$

В ответе запишите разность между делимым и частным.

Ответ: 52488.

▷ 4. В трапеции ABCD с меньшим основанием BC и площадью, равной 4, прямые BC и AD касаются окружности диаметром 2 в точках B и D соответственно. Боковые стороны трапеции AB и CD пересекают окружность в точках M и N соответственно. Длина MN равна $\sqrt{2}$. Найти величину угла MBN и длину основания AD. В ответе запишите квадрат радиуса описанной окружности вокруг равнобедренного треугольника с основанием равным AD и углом при вершине, равного углу γ .

Ответ: 6.

▷ 5. Найдите сумму всех решений $x \in [0; 24]$ уравнения

$$\frac{\cos \frac{\pi x}{4} \sin \frac{5\pi x}{12} + |\cos \frac{5\pi x}{12} \sin \frac{\pi x}{4}|}{\cos \frac{\pi x}{6}} = 2 \sin \frac{\pi x}{6}$$

Ответ: 116.

▷ 6. Решить неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 8} - 4} < \frac{1}{2|x - 5| - 5}$$

Найдите все целые x , для которых это неравенство не выполняется. В ответе запишите сумму найденных значений x .

Ответ: 7.

▷ 7. Прямоугольник разбит прямыми на 25 прямоугольников, площадь которых из них указаны на рисунке. Найдите площадь прямоугольников отмеченных символами x и y . В ответе запишите $\text{НОД}(x, y) + \text{НОК}(x, y)$.

12		32		x
	14			10
12			28	
y	35			
		24		15

Ответ: 65.

▷ 8. К числу 221 справа и слева приписать по одной цифре так, чтобы полученное пятизначное число делилось на 13. В ответе запишите сумму суммы цифр всех таких чисел

Ответ: 72.

▷ 9. Координаты вектора $\vec{l}(x, y)$ удовлетворяет следующим условиям

$$\begin{cases} 3 + 21x = \frac{y}{x} - 4\sqrt{y - 3x}, \\ \sqrt{y - \sqrt{y - 3x}} = y + 7x - 2, \end{cases}$$

Какое наибольшее значение принимает скалярное произведение $(\vec{l} \cdot \vec{p})$, где $\vec{p}(7; 1)$, а \vec{l} -найденный вектор.

Ответ: 4.

▷ 10. Найти среднее арифметическое всех целых a , при которых уравнение

$$ax^2 + (4a - 21)x + 4a - 15 = 0$$

имеет на отрезке $[-4; 0]$ единственный корень. Ответ записать в виде десятичной дроби

Ответ: -7,6.

Отборочный тур, 10 класс, 4 вариант

▷ 1. Дана система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4|y|, \\ |x| + |y| \geq 2, \\ y^2 - x^2 + 16 + 8y \geq 0. \end{cases}$$

Найти площадь фигуры, координаты точек которой удовлетворяют:

- а) первому неравенству системы (S_1);
 - б) первым двум неравенствам системы (S_2);
 - в) всем трем неравенствам системы (S_3).
- В ответе запишите значение $7S_3 - 2S_2 - 2S_1$.

Ответ: 28.

▷ 2. Имеются два слитка, представляющие собой сплавы цинка с медью. Первый слиток весит 7 кг. Содержание цинка во втором слитке 10%. Если часть первого слитка весом в 2 кг сплавить со вторым слитком, то полученный сплав будет содержать на 1 кг цинка больше, чем в оставшемся куске первого слитка. Если же первый и второй слитки сплавить вместе и еще добавить 1 кг сплава цинка с медью, в котором цинка 60%, то полученный сплав будет содержать 20% цинка. Найти процентное содержание цинка в первом слитке и вес второго слитка.

Ответ: 50, 25 .

▷ 3. Восстановите отмеченные звездочками отсутствующие на рисунке цифры.

$$\begin{array}{r} *8*** \quad | \quad *** \\ - 3*8 \quad | \quad *** \\ \hline 1058 \quad | \quad \\ - *** \quad | \quad \\ \hline * * * \\ - 504 \quad | \quad \\ \hline 0 \end{array}$$

В ответе запишите разность между делимым и частным.

Ответ: 1089700.

▷ 4. В трапеции ABCD с большим основанием BC и площадью, равной $12\sqrt{3}$, прямые BC и AD касаются окружности диаметром $2\sqrt{3}$ в точках B и D соответственно. Боковые стороны трапеции AB и CD пересекают окружность в точках M и N соответственно. Длина MN равна 3. Найти величину γ угла MDN и длину основания BC. В ответе запишите целую часть радиуса описанной окружности вокруг равнобедренного треугольника с основанием равным BC и γ углом при вершине.

Ответ: 5 .

▷ 5. Найдите сумму всех решений $x \in [0; 18]$ уравнения

$$\frac{|\cos \frac{5\pi x}{24} \cos \frac{\pi x}{8}| - \sin \frac{\pi x}{8} \sin \frac{5\pi x}{25}}{\cos \frac{\pi x}{12}} = 2 \sin \frac{\pi x}{12}$$

Ответ: 158.